Concursul național de Matematică
OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA
BAREM CORECTARE – ETAPA NAȚIONALĂ
CLASA a VI-a 23.05.2026

Problema 1. (25 puncte)

Sandală lucrează la DIGI, Pantof la eMAG și Adidas la Emerson. Ei aduc piese din Italia, Spania, respectiv Germania. În luna ianuarie 2026 ei au plecat în aceeași zi în prima lor cursă. Sandală se întoarce după 6 zile, Pantof se întoarce după 8 zile, iar Adidas se întoarce după 11 zile, după care fiecare dintre ei au câte 4 zile libere și pleacă din nou în cursă respectând același program. Aflați de câte ori pleacă în cursă cei trei, în aceeași zi, pe întreg anul 2026.

Soluție:

Sandală=6+4=10 zile, Pantof=8+4=12 zile, Adidas=11+4=15 zile..**5p**

$[10,12,15]=60$, cei trei pleacă în aceeași zi în cursă din 60 în 60 de zile..**4p**

Fie n numărul plecărilor comune(în aceeași zi), în anul 2026 $\Rightarrow 60n \leq 365 \Rightarrow n \leq 6$...............................**5p**

$M_{60}=\{0, 60, 120, 180, 240, 300, 360, 420, \ldots.\}$ **3p**

Caz 1. Dacă cei trei au plecat pentru prima dată în cursă în perioada 1-5 ianuarie, atunci,

vor pleca în cursă în aceeași zi pe parcursul anului 2026 de 7 ori...**4p**

Caz 2. Dacă cei trei au plecat pentru prima dată în cursă după 5 ianuarie, atunci,

vor pleca în cursă în aceeași zi pe parcursul anului 2026 de 6 ori...**4p**

Problema 2. (25 puncte)

Numerele x, y, z reprezintă a 1700-a, a 2023-a și respectiv a 2026-a cifră din scrierea sub formă zecimală a fracției $\frac{3}{14}$. Unghiurile $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC, \sphericalangle COD$ sunt adiacente două câte două și au suma măsurilor lor egală cu 92°. Știind că măsurile unghiurilor sunt invers proporționale cu x, y, z să se afle măsura unghiului determinat de bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle COD$.

Soluție:

$\frac{3}{14}=0{,}2(142857)$ **4p**

$1700-1=1699,\ 1699=6\cdot 283+1 \Rightarrow x=1$ **3p**

$2023-1=2022,\ 2022=6\cdot 337 \Rightarrow y=7$ **3p**

$2026-1=2025,\ 2025=6\cdot 337+3 \Rightarrow z=2$ **3p**

$\sphericalangle AOB\cdot 1=\sphericalangle BOC\cdot 7=\sphericalangle COD\cdot 2=k \Rightarrow \sphericalangle AOB=k, \sphericalangle BOC=\frac{k}{7}, \sphericalangle COD=\frac{k}{2}$ **3p**

$\sphericalangle AOB+\sphericalangle BOC+\sphericalangle COD=92° \Rightarrow k=56°$...**3p**

$\sphericalangle AOB=56°, \sphericalangle BOC=8°, \sphericalangle COD=28°$ **3p**

Atunci măsura unghiul căutat este egal cu $\frac{\sphericalangle AOB}{2}+\sphericalangle BOC+\frac{\sphericalangle COD}{2}=28°+8°+14°=50°$ **3p**

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Felicitări!

Problema 3. (20 puncte)

a) Calculați $1+\frac{1}{3}+\frac{2}{3\cdot4}+\frac{2}{4\cdot5}+\cdots+\frac{2}{2025\cdot2026}$.

b) Demonstrați că $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots+\frac{1}{20^2}<\frac{19}{20}$.

Soluție: a) $1+\frac{1}{3}+\frac{2}{3\cdot4}+\frac{2}{4\cdot5}+\cdots+\frac{2}{2025\cdot2026}=\frac{2}{1\cdot2}+\frac{2}{2\cdot3}+\frac{2}{3\cdot4}+\frac{2}{4\cdot5}+\cdots+\frac{2}{2025\cdot2026}=$..........**5p**

$=2\cdot\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2025}-\frac{1}{2026}\right)=\frac{2025}{1013}$ **5p**

b) $\frac{1}{2^2}<\frac{1}{1\cdot2}, \frac{1}{3^2}<\frac{1}{2\cdot3}, \frac{1}{4^2}<\frac{1}{3\cdot4}, \dots, \frac{1}{20^2}<\frac{1}{19\cdot20}$ **5p**

Adunând relațiile, obținem $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots+\frac{1}{20^2}<\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\cdots+\frac{1}{19\cdot20}=$

$=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ \dots\ +\frac{1}{19}-\frac{1}{20}=\frac{19}{20}$ **5p**

Problema 4. (20 puncte)

Fie triunghiul ABC în care $\sphericalangle C=60°$. Pe prelungirea laturii AC, dincolo de C, se ia punctul D, iar pe prelungirea laturii BC, dincolo de C, se ia punctul E, astfel încât BD≡DE. Dacă AD≡CE demonstrați că triunghiul ABC este echilateral.

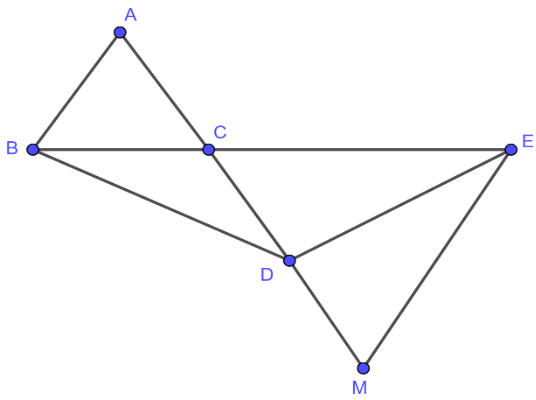
Soluție: desen corect..........**5p**

Prelungim AD , dincolo de D cu segmentul DM astfel încât AD≡CM.

Atunci CE≡CM, ceea ce implică ΔCME isoscel cu $\sphericalangle MCE=60°$, așadar ΔCME echilateral. **5p**

$$\left.\begin{array}{r} BD\equiv DE \\ AD\equiv ME \\ \sphericalangle ADB=60°-\sphericalangle DBC=60°-\sphericalangle DEB=\sphericalangle MED \end{array}\right\}\Rightarrow \Delta ABD\equiv\Delta MDE\Rightarrow$$ **5p**

$\Rightarrow AB\equiv MD\equiv AC\Rightarrow \Delta ABC$ isoscel cu $\sphericalangle C=60°\Rightarrow \Delta ABC$ echilateral **5p**



„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Felicitări!