

**Concursul național de Matematică**  
**OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA**  
**BAREM CORECTARE – ETAPA NAȚIONALĂ**  
**CLASA a V-a 23.05.2026**

**Problema 1. (25 puncte)**

Veveřițele Riți, Piți și Miți taie dintr-un șnur, în această ordine, pe rând, astfel încât Riți își taie 1 cm, Piți își taie 2 cm, Miți își taie 3 cm și așa mai departe până la ultima bucată care are 201 cm.

- a) Ce lungime a avut șnurul inițial?
- b) Calculați suma lungimilor bucăților tăiate de Piți.
- c) La care dintre cele trei veveřițe se află bucata ce conține mijlocul șnurului inițial?

**Soluție:**

- a)  $1 + 2 + 3 + 4 \dots + 201 = 201 \cdot 202 : 2 = 20301$ .....10p
- b)  $Piți = 2 + 5 + 8 + \dots + 200 = (200 + 2) \cdot 67 : 2 = 6767$  .....7p
- c)  $20301 : 2 = 10150,5$ .....4p
- $\frac{k \cdot (k+1)}{2} < 10150,5 < \frac{(k+1) \cdot (k+2)}{2} \Rightarrow k = 141$  .....2p
- $142 = 3 \cdot 47 + 1 \Rightarrow$  bucata de șnur care conține mijlocul șnurului inițial se află la Riți.....2p

**Problema 2. (25 puncte)**

Sandală și Pantof sunt în aceeași echipă la un concurs cu 30 de probleme. Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 4 puncte, iar pentru fiecare problemă greșită sau nerezolvată se scad 8 puncte.

- a) Știind că cei doi au primit 60 de puncte să se afle câte probleme au rezolvat corect.
- b) Cei doi au răspuns NU la întrebarea dacă există un număr natural nenul care împărțit la 2 să dea restul 1 și împărțit la 4 să dea restul 2. Oare au primit pe această problemă 4 puncte sau au pierdut 8 puncte? Justificați.

**Soluție:**

- a) Presupunem că toate sunt corect rezolvate  $\Rightarrow 30 \cdot 4 = 120$  de puncte.....5p
- $120 - 60 = 60, \quad 60 : (4 + 8) = 5$  probleme rezolvate greșit sau nerezolvate.....5p
- Atunci avem 25 de probleme rezolvate corect.....5p
- b) Fie  $n$  numărul căutat
- din TÎR  $\Rightarrow n = 2 \cdot c_1 + 1$  și  $n = 4 \cdot c_2 + 2 \Rightarrow$ .....5p
- $\Rightarrow 2 \cdot (c_1 - 2c_2) = 1$ , imposibil pentru că  $2 \nmid 1 \Rightarrow$  au răspuns corect și au primit 4 puncte.....5p

**„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”**  
**Anton Pann**

**Felicitări!**

### Problema 3. (20 puncte)

Fie  $x = \overline{51,853(abc)}$ . Notăm cu  $x_n$  a  $n$ -a zecimală a numărului  $x$ .

Determinați numărul  $x$  știind că  $x_{2011} = 7, x_{2010} = 6, x_{1007} = 2$  și aflați a 2026-a zecimală.

**Soluție:**

$$2011 - 3 = 2008, \quad 2008 = 3 \cdot 669 + 1 \Rightarrow a = 7 \dots\dots\dots 5p$$

$$2010 - 3 = 2007, \quad 2007 = 3 \cdot 669 \Rightarrow c = 6 \dots\dots\dots 5p$$

$$1007 - 3 = 1004, \quad 1004 = 3 \cdot 334 + 2 \Rightarrow b = 2 \dots\dots\dots 5p$$

$$2026 - 3 = 2023, \quad 2023 = 3 \cdot 674 + 1 \Rightarrow a \text{ 2026-a zecimală este } 7 \dots\dots\dots 5p$$

### Problema 4. (20 puncte)

Să se determine numerele naturale  $\overline{ab}$  cu proprietatea că

$$\overline{ab}^2 = 2026 + 31 \cdot a^2 + b^2 - 1$$

**Soluție:**

$$\text{Pentru } a = 1 \text{ și } b = 0, \text{ cele mai mici valori posibile, obținem } 2056 \dots\dots\dots 3p$$

$$\text{Pentru } a = 9 \text{ și } b = 9, \text{ cele mai mari valori posibile, obținem } 4617 \dots\dots\dots 3p$$

$$2056 \leq 2026 + 31 \cdot a^2 + b^2 - 1 \leq 4617 \Rightarrow 2056 \leq \overline{ab}^2 \leq 4617, a \text{ poate fi } 4,5,6 \dots\dots\dots 4p$$

$$a = 4 \Rightarrow \overline{4b}^2 = 2026 + 496 + b^2 - 1, \text{ imposibil} \dots\dots\dots 3p$$

$$a = 6 \Rightarrow \overline{6b}^2 = 2026 + 1116 + b^2 - 1, \text{ imposibil} \dots\dots\dots 3p$$

$$a = 5 \Rightarrow \overline{5b}^2 = 2026 + 775 + b^2 - 1 \Rightarrow \overline{5b}^2 = 2800 + b^2, b = 3, \overline{ab} = 53 \dots\dots\dots 4p$$

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”  
Anton Pann

Felicitări!